# Tentamen i Matematisk fysik FTF131

**Måndagen den 11 januari 2016**

Examinator: Henrik Johannesson, tel. 0768-237042.
Inga hjälpmedel är tillåtna på denna tentamen.
Resultat meddelas individuellt via e-post.

Tentamen består av fem uppgifter där varje uppgift ger maximalt 5 poäng. Uppgifterna är inte avsiktligt ordnade efter svårighetsgrad.

Strukturera Dina lösningar noggrant. **Uppställda samband skall motiveras**, gärna med en översiktlig skiss av tankegång och bärande element! Alla väsentliga steg i analys och beräkningar skall redovisas.

---

**1.** (a) Vad är en *retarderad* Green's funktion? Vad är en *avancerad* Green's funktion? Vilken av dessa två typer av Green's funktioner är mest användbar i fysiktillämpningar? Motivera!

(b) Betrakta differentialekvationen

$$\nabla^2 u(\boldsymbol{r}) = f(\boldsymbol{r})u(\boldsymbol{r}) \tag{1}$$

i ett område $\Omega$, med givna randvillkor. Låt $G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')$ vara motsvarande Green's funktion. Använd $G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')$ för att skriva om (1) som en integralekvation. Hur uttrycks randvillkoren i denna integralekvation?

**2.** Beskriv en metod att lösa integralekvationen

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^\pi \cos(x+t)\varphi(t)\, dt.$$

För vilka värden på $\lambda$ existerar en lösning?

**3.** Schrödingers ursprungliga härledning av den tidsoberoende Schrödingerekvationen bygger på variationskalkyl. Hur? Skissa de väsentliga stegen i härledningen! En viktig komponent är att Lagrangemultiplikatorn kan tolkas som en energi. Vad är en *Lagrangemultiplikator*? Och hur kommer den in i Schrödingers härledning?

**4.** (a) I de postulat som bestämmer (icke-relativistisk) kvantmekanik uppträder de matematiska begreppen (i) *normerad vektor,* (ii) *Hilbertrum,* (iii) *hermitesk operator,* och (iv) *inre produkt.* Definiera (i) - (iv).

(b) Ett av kvantmekanikens postulat säger att ett tillstånd $|\psi\rangle$ vid en mätning "kollapsar" till ett av egentillstånden till den operator som representerar det man vill mäta ("observabeln"). I ett annat postulat sägs att tidsutvecklingen av ett fysikaliskt system kontrolleras av Schrödingerekvationen. Är dessa två påståenden verkligen förenliga? Vari ligger den möjliga problematiken? Diskutera!

**5.** (a) Skriv följande permutationer som en produkt av disjunkta cykler och bestäm deras ordningar (där *ordningen* av en permutation är den minsta gemensamma multipeln till cyklernas längder).

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 5 & 2 & 6 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}^{-1}.$$

(b) Begreppet *konjugatklass* är centralt inom gruppteorin. Definiera begreppet! De två första permutationerna i a) är element i gruppen $S_7$. Tillhör de samma konjugatklass? Motivera ditt svar noggrant!